Mikro- és makroökonómia jegyzet gyanánt

Gilányi Zsolt

Harmadik előadás

Mint láttuk, a pénzt hitellel teremtik a bankok, ami csak akkor lehetséges, ha a nem banki szereplők felvesznek hitelt.

Egyéni szempontból nyilván azt a hitelt választjuk, amelyik olcsóbb, vagyis kevesebb pénzt kell visszafizetni. A különböző időszaki pénzek tulajdonképp különböző mértékegységek, amelyeket azonos mértékegységgé kell alakítani. Az „átalakítás” a hitel esetében a kamatláb (r), mert az egyén szempontjából végső soron az a döntési helyzet, hogy 1 mai forint (Ft_0) megér-e neki 1+r holnapi forintot (Ft_1)? Több időszaki pénzkifizetéseket **pénzáramlás**nak nevezzük (*cash-flow*) és jelen időszaki forintokban végezzük az összehasonlítást (**jelen érték**en, *present value*). Az, hogy melyik időszaki pénzeken hasonlítjuk össze a pénzáramlások értékét abban az esetben nem mindegy, ha a pénzáramlás többször előjelet vált, mert ekkor más-más eredményt kaphatunk attól függően, hogy melyik időszakra számolunk. Azért a jelen időszakra átszámított értékkel szokás számolni, mert belátható, hogy ez a számolás bír a legjobb tulajdonságokkal.

Amikor egy t-edik időszakban esedékes 100Ft-ot számolunk át kamattal a t+1-dik időszaki pénzzé (és általánosan t+n-edik időszaki pénzzé, ahol n>0), akkor azt mondjuk, hogy **felkamatoztat**juk a 100Ft-ot, és ha ugyanezt a pénzt t-1-dik (és általánosan t+n-edik időszaki pénzzé, ahol n<0) időszaki pénzzé számoljuk át, akkor azt mondjuk, hogy **diszkontál**unk.

A pénzügyi számítás tehát nem más, mint mértani sorok összegének számolása. Amennyiben a kifizetések azonosak, akkor az összegképlet az alábbi módon zárt alakban is megadható. A holnapi naptól t időszakon keresztül esedékes 1Ft jelenértékét r kamat mellett (tehát az 1/(1+r) szorzóval rendelkező t elemű mértani sor) összegképletét a pénzügyben **annuitás**nak nevezik és ennek megfelelően a fix törlesztőrészletű hitelt **annuitásos hitel**nek.

időszakok	0	1	2	…	t	…
pénzáram		$1Ft_{(1)}$	$1Ft_{(2)}$	…	$1Ft_{(t)}$	…
0. időszaki pénzben (Ft_0)						
0-dik időszakra diszkontált pénzáram		1/(1+r)	$1/(1+r)^2$		$1/(1+r)^t$	…
diszkontált pénzáram értéke (jelenérték, PV)	$PV = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} = \frac{1}{r}$ (Ft_0)					

Az annuitás képlet két végtelen mértani sor különbségeként adódik:

időszakok	0	1	2	…	t	…
1. pénzáram		$1Ft_{(1)}$	$1Ft_{(2)}$	…	$1Ft_{(t)}$	…
2. pénzáram						$1Ft_{(t+1)}$
	0 (Ft_0)			t (Ft_t)		
1. pénzáram jelenértéke, PV_1	$PV_1=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^k}=\frac{1}{r}$					
2. pénzáram t-edik időszaki értéke, PV_2				$PV_2=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^k}=\frac{1}{r}$		
2. pénzáram 0-dik időszaki értéke, PV_2	$PV_2=\frac{1}{r}\frac{1}{(1+r)^t}$					

Jövő időszaktól t időszakon keresztül esedékes 1Ft jelenértéke r kamat mellett tehát az első és második pénzáram jelenértékének különbsége[1]:

$$PV_2=\frac{1}{r}\left[1-\frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

__1. Példa:__ Mekkora a **törlesztőrészlet**e egy 2 év futamidejű 12% kamatra felvett havi fix törlesztésű 100Ft-os hitelnek?

Megoldás: A kamatot mindig éves kamatnak értik (kivéve, ha mondják, hogy a havi kamat jelen esetben 12%/12=1%, mert éven belül számtani módon szokás számolni a kamatot (ellenkező esetben tényleges (effektív) kamatról beszélnek)).

$$100=x\frac{1}{0{,}01}\left[1-\frac{1}{(1+0{,}01)^{24}}\right]\text{, amiből x=4,71.}$$

Excel-ben: Az EA_hitel nevű excel fájl A-G sora részletezi a fejlécben láthatóan a törlesztőrészletben a tőke és kamatérszt. Itt a törlesztőrészletet a beépített annuitás képlettel (részlet függvény B3) számoltuk, a G sorban pedig „leellenőriztük", hogy valóban nullát ad a diszkontált jelenérték. A H oszlopban „kézzel" számoltunk a solver segítségével (ha nem jelenik meg az adatok között a solver, akkor a fájl/beállítások/bővítmények-nél tudjuk hozzáadni), hogy mekkora fix díj ad 100 Ft jelenértéket 1%-os kamattal a 24 időszak alatt (célcella H30; célérték 0; módosuló cella H2)

__2. Példa:__ Mekkora e hitel THM-je, ha tudjuk, hogy a hitelfolyósítási díj a hitel összegének 1%-a, az értékbecslési díj 2Ft és kötelező számlát nyitni a hitelező banknál. A számlavezetési díj évente 1Ft melyet az év első napján vonnak le?

[1] Az annuitásképlet az excel programban a részlet függvény, lévén az annuitás t időszakos r kamatozású hitel törlesztőrészletét adja meg.

THM (teljes hiteldíj mutató) a hitelfelvétellel járó összes kiadást figyelembe vevő pénzáramlás belső megtérülési rátája évre vetítve. A **belső megtérülési ráta** (*internal rate of return IRR*) az a kamatláb, ami egy pénzáram jelenértékét nullává teszi.

Megoldás: Az EA_hitel nevű excel fájl J-L oszlopokban: a pénzáramlás módosul a 0.dik időszakban (-3Ft), a számlavezetési díj pedig 1. és a 13.dik időszakban vonódik le.
A solverrel IRR-t számolunk (K2 ez a módosuló cella, célcella K30, értéke 0) és adódik a havi kamat, amiből a THM (éves kamat) L2 mezőben van. A pénzáramlás IRR-jét a beépített bmr függvény azonnal adja (K3).

3. példa: Ft-ban vegyem-e fel a fenti (1)-es hitelt, vagy inkább **CHF**-ben vegyem fel ugyanezt a **hitel**t, aminek a törlesztője csak 3Ft a jelenlegi árfolyamon számolva?

Attól függ mekkora árfolyamgyengülést várunk. Egy igen durva alsó becslés: ha másnap leromlana a Ft-t, akkor 4,71/3=1,57-tel kellene leromolnia, hogy megegyezzenek a törlesztőrészletek. Ez288,76-os aktuális árfolyam esetében 164,59Ft romlás.

Feladat folytatása: Mekkora árfolyamváltozás tenné azonossá a két konstrukciót, ha azt várom, hogy folyamatosan (havonta) pontosan ugyanannyi Ft-ot gyengül a HUF a CHF-hez képest (MNB árfolyamokkal)?

Megoldás:.
Q-S oszlopokban a CHF hitel a kiinduló árfolyamon (288,76HUF/CHF): R oszlop forintban, ha nincs árfolyamváltozás, ami a szerződött CHF elszámolásban S oszlopban lévő CHF pénzáramlásoknak felel meg. A T oszlopban látjuk, hogy ha nem lenne árfolyamromlás, akkor a bank „ajándékozna” nekünk 36Ft-ot (T30). Nyilván a bank ilyet nem tesz, tehát árfolyamromlásra számít. A két konstrukció akkor azonos, ha jelenértékük azonos (0), tehát azt a pénzromlást kell megtalálni, ami a CHF Ft-ra átszámolt diszkontált pénzáramlás jelen értékét nullává teszi. Ez a W oszlop. (V oszlopan az árfolyamromlás: Y3-t nő időszakról időszakra) Ezt a solver adja.